

LA PRÉVENTION DES RISQUES : COMPRENDRE ET ÉDUQUER
SÉQUENCES PÉDAGOGIQUES

La question humaine et industrielle de l'évaluation du risque sismique en Ardèche

Mathématiques – terminale

JEAN-BAPTISTE GIAI

Présentation

Niveau : lycée, terminale.

Discipline : mathématiques.

Durée : 5 séances de 1 heure.

Matériel et outils : ordinateur (utilisation d'un tableur).

Ressources : article de presse sur le séisme du Teil le 11 novembre 2019* ; cartes des risques sismiques et cartes de l'Ardèche* ; listes historiques extraites de bases de données officielles (notamment sites internet RENASS, BRGM...)*.

Les ressources marquées d'un astérisque sont fournies en annexe de cette fiche.

Place dans les programmes

Enseignement de spécialité mathématiques

- Fonction logarithme : utiliser l'équation fonctionnelle de l'exponentielle ou du logarithme pour transformer une écriture, résoudre une équation, une inéquation.
- Calcul intégral : calculer une intégrale à l'aide d'une primitive, à l'aide d'une intégration par parties.
- Probabilités : diversification et/ou approfondissement des modèles probabilistes rencontrés, en exploitant des situations où interviennent les probabilités conditionnelles, l'indépendance, les variables aléatoires.

Enseignement complémentaire de mathématiques

- Calcul intégral : calcul d'intégrales à l'aide de primitives ; fonction exponentielle, fonction logarithme dans les thèmes d'étude « Modèle d'évolution » et « Approche historique de la fonction logarithme ».
- Thème d'étude : temps d'attente ; exemples de modélisation par une variable aléatoire suivant une loi géométrique ou exponentielle (durée entre deux appels téléphoniques, durée de vie d'un composant électronique, période de retour de crue, etc.).

Compétences travaillées

Cette activité s'inscrit particulièrement dans le champ des compétences « Chercher » et « Modéliser » :

- chercher, expérimenter, en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- modéliser, faire une simulation, valider ou invalider un modèle.

Les éléments suivants peuvent également être dégagés :

- mener une analyse réflexive basée sur des arguments scientifiques ;
- interpréter des bases de données pour en dégager des éléments signifiants ;
- prendre conscience du potentiel et des limites de l'estimation d'un risque ;
- communiquer sur ses démarches.

ADAPTATION AU GROUPE CLASSE

Suivant le groupe classe et le type d'enseignement mathématique de terminale (spécialité ou complémentaire), des informations spécifiques et synthétiques ou une recherche documentaire sur la loi exponentielle et sur les calculs d'intervalles de confiance sont proposés ; le travail des élèves comprend alors la prise d'informations sur ces documents et l'application à la situation étudiée.

Les objectifs demeurent l'application à une situation réelle d'une approche probabiliste et statistique, la manipulation d'outils d'analyse et informatiques, et la démarche de simulation.

Objectifs

- Extraire des informations de bases de données brutes.
- Déterminer un modèle probabiliste associé (exponentiel).
- Utiliser ce modèle pour répondre à la problématique scientifique.
- Aborder la problématique de façon citoyenne.

Principaux éléments de la problématique

En quoi l'histoire des séismes d'une région permet-elle d'anticiper les risques futurs ?

Le séisme du Teil (11 novembre 2019) doit-il conduire à une réévaluation de cette menace géologique en Ardèche ?

Comment utiliser les mathématiques pour questionner ou guider des choix politiques tout en évitant les aprioris partisans susceptibles d'influencer le modèle ou les conclusions ?

Déroulé de la séquence

Supports

- Document 1: [extrait d'un article](#) sur le séisme du Teil (1^{er} paragraphe; source: Lemonde.fr, 19 septembre 2020).
- Document 2*: liste des séismes de magnitude strictement supérieure à 2,5 en Ardèche depuis 1983.
- Document 3*: liste des séismes historiques de magnitude supérieure à 4 en Ardèche entre 1875 et 1985.
- Document 4*: carte du risque sismique en région Rhône-Alpes.
- Document 5*: carte du risque sismique en France.
- Document 6*: origine des séismes en Ardèche
- Ressource complémentaire (séance 1) : « Complément Fréquences séismes Ardèche.xlsx ».

Les ressources marquées d'un astérisque sont fournies en annexe de cette fiche.

SITUATION DÉCLENCHANTE

L'enseignant présente au groupe les documents évoquant le séisme du Teil (Ardèche) en 2019, ainsi que la carte du risque sismique adoptée par la France en 2010.

L'Ardèche est un département où le risque sismique est généralement considéré comme modéré. Plusieurs centrales nucléaires ont d'ailleurs été construites dans cet espace. Toutefois, un tremblement de terre survenu en 2019 est susceptible de remettre en question cette idée. Comment alors mettre en place une démarche pour évaluer le risque de tremblement de terre sur ce territoire ?

Un tel projet nécessite tout d'abord de rassembler des données. Plusieurs sites institutionnels listent les secousses mesurées en France et partout dans le monde.

SÉANCE 1. CHOIX D'UN MODÈLE PROBABILISTE

Les élèves ont été informés en amont de l'utilisation de la loi exponentielle, de son application dans des situations « sans mémoire » (un événement n'est pas lié aux événements antérieurs). Ils sont amenés à tester l'adéquation de ce modèle avec la réalité des statistiques historiques fournies.

Dans une situation de travail par groupes de 4 élèves, chaque groupe peut choisir un modèle parmi deux : loi uniforme ou loi exponentielle. Un élève est responsable de la programmation du tableur, un autre sera

le rapporteur à la classe dans une présentation orale en fin de séance, les autres collaborent à la rédaction d'un rapport écrit. Le professeur peut présenter un premier modèle, inadéquat, afin de montrer l'utilisation du tableur (on projette la superposition du graphique statistique et du graphique probabiliste).

En fin de séance, le modèle exponentiel doit être présenté par un groupe et adopté par la classe comme « acceptable ».

REMARQUE

Cette séance introductive pouvant dépasser la durée requise, il est possible de décaler cette présentation dans la séance 2.

Détail de la séance

Dans un premier temps, l'estimation du risque nécessite de choisir un modèle probabiliste.

À partir des données du document 2* (liste des séismes en Ardèche depuis 1983), il faut donc copier et compléter le tableau suivant dans un tableur.

	A	B	C	D	E	F
1	Date du séisme (année)	1983	1983	1986		
2	Date du séisme (mois)	10	11	8		
3	Nombre de mois le séparant du précédent			33		

POUR PARAMÉTRER LE MODÈLE

On calcule la moyenne M de la ligne 3.

La loi exponentielle de paramètre $\frac{1}{M}$ pourrait éventuellement convenir. La loi exponentielle est en effet bien adaptée à des situations « sans mémoire » (c'est-à-dire qu'un phénomène éventuel n'est pas lié à l'occurrence de phénomènes passés). On peut en première approximation évoquer cette hypothèse dans le domaine sismique (à l'exception notable des « répliques »).

Nous allons le vérifier :

- regrouper les valeurs de la ligne 3 en classes d'amplitude 10 et représenter un « histogramme normalisé des fréquences » de chaque classe (la hauteur est égale à sa fréquence divisée par l'amplitude de la classe) ;
- superposer la loi exponentielle de paramètre $\frac{1}{M}$.

Cette loi paraît-elle adaptée à la situation ?

DANS LE TABLEUR

Utiliser : =LOI.EXPONENTIELLE(centre de la classe;1/moyenne;FAUX)

POUR LES GROUPES TESTANT LA LOI UNIFORME

On prend comme minimum 0 (mois) et comme maximum 100 (mois). Cette valeur est arbitraire mais compatible avec le tableau par classes réalisé.

Pour chaque classe de valeurs, la loi uniforme s'appuie sur la fonction de répartition $f(x)=\frac{x}{100}$ pour x compris entre 0 et 100, $f(x)=0$ pour $x > 100$. Dans le tableau par classes, la probabilité calculée est donc de 0,1 pour chaque classe d'amplitude 10 mois.

POUR LE PROFESSEUR TESTANT UNE LOI INADÉQUATE

Le professeur peut créer une loi, de façon très artificielle, avec par exemple comme fonction de répartition : $f(x) = \frac{x}{50M}$ pour $x \in [0;M]$, $f(x) = \frac{100-x}{50(100-M)}$ pour $x \in [M;100]$, et $f(x) = 0$ pour $x > 100$.

Dans ce cas, la formule dans le tableur sera :

$$\int_a^b \frac{x}{50M} dx \text{ avec } a \text{ et } b \text{ les bornes de l'intervalle considéré, pour } b < M,$$

$$\int_a^b \frac{100-x}{50(100-M)} dx \text{ avec } a \text{ et } b \text{ les bornes de l'intervalle considéré, pour } a > M,$$

$$\text{et } \int_a^m \frac{x}{50M} dx + \int_m^b \frac{100-x}{50(100-M)} dx \text{ pour } a < M < b.$$

(au lieu des calculs, le professeur pourra proposer une interprétation géométrique de l'intégrale en question, puisque la fonction est affine par morceaux).

RESSOURCE COMPLÉMENTAIRE

Se reporter au [fichier à télécharger](#) « Complément Fréquences séismes Ardèche.xlsx » placé dans la liste des supports de la séquence.

SÉANCE 2. MISE EN ŒUVRE DE CE MODÈLE POUR ESTIMER LE RISQUE DANS LES ANNÉES FUTURES D'UN SÉISME DE MAGNITUDE SUPÉRIEURE À 2,5

Objectif

Estimer la probabilité de survenue d'un futur séisme non mineur (magnitude supérieure à 2,5) dans les prochaines années.

Définition préalable

La magnitude est une mesure de la puissance d'un séisme. Sur l'échelle dite « ouverte » de Richter, les séismes sont classés selon l'énergie libérée et selon le type de dégâts associés. Un séisme de magnitude 7 « peut provoquer des dommages sévères dans de vastes zones ; tous les édifices sont touchés près du centre ». « Une augmentation de 1 degré dans la magnitude correspond à une énergie multipliée par 30 et une amplitude de déplacement multipliée par 10. » (Source : Wikipedia, article « [Magnitude \(sismologie\)](#) »)

Déroulé de la séance

Afin d'estimer la probabilité de survenue d'un futur séisme en Ardèche, on choisit donc comme modèle la loi exponentielle de paramètre 0,06.

L'intervalle de temps, en mois, entre deux séismes de magnitude strictement supérieure à 2,5 (à ce niveau le séisme est détecté ; à partir de 3, il est ressenti par la population) dans le secteur géographique étudié est représenté comme une variable aléatoire x dont la densité de probabilité est :

$$f(x) = 0,06 e^{-0,06x}, \text{ définie sur } [0; +\infty[. \text{ Son espérance est } E(x) = \frac{1}{0,06}.$$

Quel est le lien mathématique entre ce paramètre 0,06 et les calculs de la première partie ?

Calculer $P(x \leq 24)$ et l'exprimer en pourcentage arrondi à l'unité. Interpréter ce résultat.

Prolongement

Mettre en place une méthode équivalente pour calculer la probabilité qu'il n'y ait pas de séisme de magnitude au moins égale à 4,5 dans les 50 prochaines années en Ardèche (en pourcentages arrondis à l'unité).

SÉANCE 3. ESTIMATION DU RISQUE EN TERMES DE MAGNITUDE

Objectif

Établir et mettre en œuvre un modèle pour estimer le risque que le prochain séisme « notable » soit d'une magnitude supérieure à un seuil donné.

Déroulé de la séance

Une fois mesurée l'éventualité de la survenue d'un séisme dans un futur défini, la question se pose de son intensité. C'est d'ailleurs surtout sur cet aspect que le séisme du 11 novembre 2019 nécessite de réévaluer le risque, car l'intensité de cet événement a surpris. Il semblerait de plus qu'une faille ancienne, considérée comme inactive, soit à l'origine de ce séisme.

On suppose que la répartition des magnitudes suit également une loi exponentielle.

Nous allons comparer la situation en Ardèche en 2010 (date de définition des cartes d'aléa sismique en France) et 2020. Comme précédemment nous allons compléter un fichier tableur et paramétrer la loi en fonction de la moyenne constatée :

- recenser les magnitudes constatées depuis 1983 par classes d'amplitude 0,5 ;
- calculer la moyenne M_{2010} en n'intégrant pas les séismes ultérieurs, et la moyenne M_{2020} les prenant en compte ;
- établir les lois exponentielles P_{2010} , de paramètre $\frac{1}{M_{2020}}$, et P_{2020} , de paramètre $\frac{1}{M_{2020}}$;
- estimer la magnitude maximale probable pour le prochain séisme avec une probabilité de 75 %, selon les deux modèles (donner le résultat en valeur par excès à la demi-unité, par souci de cohérence avec le tableau par classes établi dans cette partie).

REMARQUE

Il s'agit donc de résoudre les équations $1 - e^{-0,0367 \times t_1} = 0,75$ et $1 - e^{-0,0334 \times t_2} = 0,75$.

SÉANCE 4. LA QUESTION DE L'ORIGINE DES SÉISMES

Objectif

Travailler sur la notion d'indice de confiance, sur l'exemple de l'origine humaine ou naturelle des séismes mesurés.

Déroulé de la séance

Parmi les séismes d'intensité mineure, certains ont des causes naturelles (failles) mais d'autres sont d'origine humaine, notamment à cause des explosions contrôlées utilisées dans les carrières.

Une recherche sur la base RENASS, centrée sur la ville de Privas et avec un rayon de 0,5° en coordonnées sphériques, a permis d'obtenir une liste des séismes de magnitude supérieure à 2 depuis le 1^{er} janvier 2010, soit 81 séismes dont 52 tirs de carrières.

À l'aide du document 6*, estimer la part des tirs de carrières (« quarry blast ») sur l'ensemble des événements sismiques recensés sur une longue période (par exemple de 2000 à 2040, sous l'hypothèse de conditions d'exploitation des carrières identiques sur la période), avec un indice de confiance de 95 %.

SÉANCE 5. « PÉRIODE DE RETOUR » ET CENTRALES NUCLÉAIRES

Objectif

Travailler autour de la notion de « période de retour ».

Définition préalable

« Pour la conception des installations nucléaires, on s'intéresse typiquement à des mouvements sismiques ayant au plus 0,5 % de probabilité d'être atteint ou dépassé sur une durée de 50 ans, [...] ce qui correspond à une période de retour d'au moins 10 000 ans. » (Source : IRSN, « L'évaluation de l'aléa sismique : l'approche probabiliste »)

La notion de « période de retour » est donc utilisée dans l'implantation et la construction de bâtiments à risques comme les centrales nucléaires. À défaut de la calculer avec précision dans le cadre des installations nucléaires de l'Ardèche (il faudrait prendre en compte des paramètres spécifiques et dépassant le cadre de notre étude, comme la distance de la centrale aux failles géologiques repérées), nous allons en aborder quelques caractéristiques mathématiques générales.

De plus, il est à noter qu'une fois déterminée l'accélération maximale historique sur le site, les concepteurs de la centrale prennent systématiquement en compte une marge de sécurité pour adapter le niveau de résistance des installations.

Déroulé de la séance

Tout d'abord, nous revenons sur l'extrait cité. Expliquer pourquoi « 0,5 % de probabilité d'être atteint ou dépassé sur une durée de 50 ans » correspond à « un aléa sismique évalué pour une valeur cible de fréquence annuelle de dépassement inférieure ou égale à 10^{-4} /an ou une période de retour d'au moins 10 000 ans ».

En utilisant un modèle dit « de Poisson », la probabilité $P_n(a_{\max_t})$ d'avoir n séismes produisant une accélération maximale au sol égale ou supérieure à a_{\max} dans un intervalle de temps t (en années) est donnée par :

$$P_n(a_{\max_t}) = \frac{(Nt)^n e^{-Nt}}{n!}$$

avec N le nombre moyen de tremblements de terre annuels produisant une accélération maximale supérieure ou égale à a_{\max} sur le site considéré. Pour l'Ardèche, nous pouvons ainsi considérer une intensité maximale historique a_{\max} équivalente à la magnitude 5.

En déduire que la probabilité d'avoir au moins un séisme d'accélération supérieure ou égale à a_{\max} est égale à :

$$P(a_{\max_t}) = 1 - e^{-Nt}$$

INDICATION

Utiliser $P_0(a_{\max_t})$

Application

Avec 6 séismes d'une magnitude dépassant 5 sur 400 ans environ, on peut estimer N à $\frac{6}{400} = 0,015$.

P ("magnitude supérieure ou égale à 5")₁ = $1 - e^{-0,015} \approx 0,015$

REMARQUE

Plus généralement, pour N proche de 0, $1 - e^{-N} \approx N$; ce résultat se déduit de la notion de dérivation, car $\lim_{N \rightarrow 0} \frac{e^{-0} - e^{-N}}{N}$ correspond à la dérivée de e^{-N} en 0.

Calculer également P ("magnitude supérieure ou égale à 5")₅₀

On peut déduire de ce résultat que la magnitude de référence prise en compte lors de la conception et la construction des centrales a nécessairement été calibrée de façon supérieure.

Évaluation – Critères de réussite

ÉVALUATION

Les élèves définissent une trace écrite, par groupes, rappelant la problématique, les objectifs, les outils et les conclusions. Cette synthèse est évaluée par le professeur. Les élèves ayant été informés dès le début de la séquence de cette réalisation, ils peuvent utiliser les documents réalisés dans les séances précédentes.

CRITÈRES DE RÉUSSITE

Le professeur pourra utiliser comme critères d'évaluation des compétences relatives à la mise en œuvre mathématique de la démarche, à l'utilisation de l'outil informatique, au travail coopératif, à la présentation orale argumentée.

FONCTIONNEMENT DE GROUPE

Dans chacune de ces séances, les élèves conservent le fonctionnement de groupe adopté lors de la première ; toutefois, il leur est demandé de permuter systématiquement les rôles.

Prolongements possibles

Les élèves sont informés par le professeur que les chercheurs utilisent dans ce contexte des modèles probabilistes plus fins et puissants que la loi exponentielle. Il est possible de présenter sommairement un tel outil, par exemple la loi de Gutenberg-Richter : $\text{Log}(N(M)) = a - bM$ (où $N(M)$ est le nombre observé de séismes de magnitude supérieure ou égale à M).

Une adaptation d'une partie du travail est accessible à des élèves de lycée hors spécialité mathématiques (la partie relative à l'indice de confiance notamment, au programme dès la classe de 2^{de} dans une version simplifiée).

ANNEXE

Documents utilisés

SITUATION DÉCLENCHANTE

DOCUMENT 2

Liste des séismes de magnitude strictement supérieure à 2,5 en Ardèche depuis 1983.

DATE	LATITUDE	LONGITUDE	MAGNITUDE
11/11/2019	44,6117	4,6382	4,8
03/08/2011	44,299	4,399	4,3
25/11/2008	44,51	4,76	2,8
24/01/2008	44,84	4,418	2,6
04/10/2006	44,72	4,66	2,7
08/09/2006	44,64	4,72	2,7
21/10/2005	44,55	4,66	2,6
11/03/2005	44,71	4,63	2,7
25/08/2003	44,54	4,59	2,6
23/12/2002	44,69	4,68	2,6
21/12/2001	44,74	4,65	2,8
18/12/2001	44,75	4,66	2,9
21/01/2001	45,14	4,22	2,8
18/10/2000	44,75	4,66	2,7
28/03/2000	44,74	4,63	2,6
27/02/1998	44,75	4,67	2,6
03/04/1994	44,444	4,71	2,7
18/10/1993	45,238	3,902	3
04/07/1993	45,263	3,625	2,6
17/10/1992	44,984	4,51	2,8
24/06/1991	44,251	4,509	2,7
22/11/1990	44,468	4,482	2,7
29/04/1989	45,014	3,574	2,9
03/02/1988	44,315	4,597	2,8
09/12/1986	45,167	4,081	2,6
07/08/1986	44,507	3,669	2,9
07/08/1986	44,613	4,579	2,8
30/11/1983	44,85	4,798	2,7
18/10/1983	44,67	4,614	2,9

Source : USGS – earthquake.usgs.gov, octobre 2020.

DOCUMENT 3

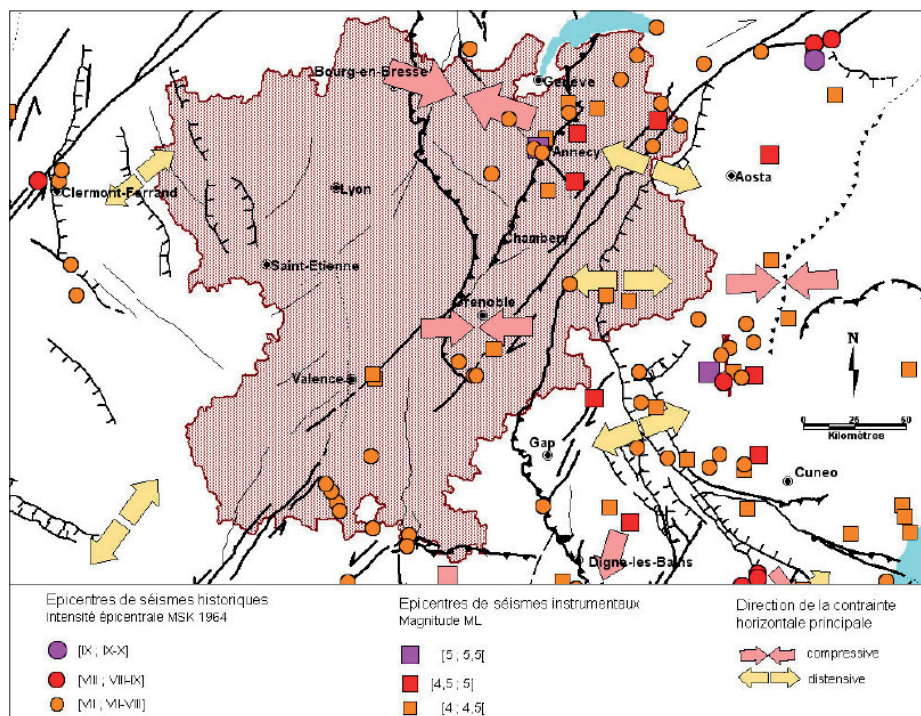
Liste des séismes historiques de magnitude supérieure à 4 en Ardèche entre 1875 et 1985

DATE	LOCALISATION ÉPICENTRALE	INTENSITÉ ÉPICENTRALE
10/09/1983	Bas-Vivarais (St-Étienne-de-Boulogne)	5
19/02/1975	Bas-Vivarais (Bourg-Saint-Andéol)	4,5
26/11/1923	Haut-Vivarais (Le Teil)	4
07/11/1875	Haut-Vivarais (Lamastre)	4,5
09/11/1840	Garrigues (Barjac)	4,5
30/01/1740	Haut-Vivarais (Annonay)	5
27/10/1646	Velay (Le Puy)	5
16/09/1631	Velay (Le Puy)	5
07/12/1604	Bas-Vivarais (Viviers)	5

Source : BRGM, EDF, IRSN/SisFrance

DOCUMENT 4

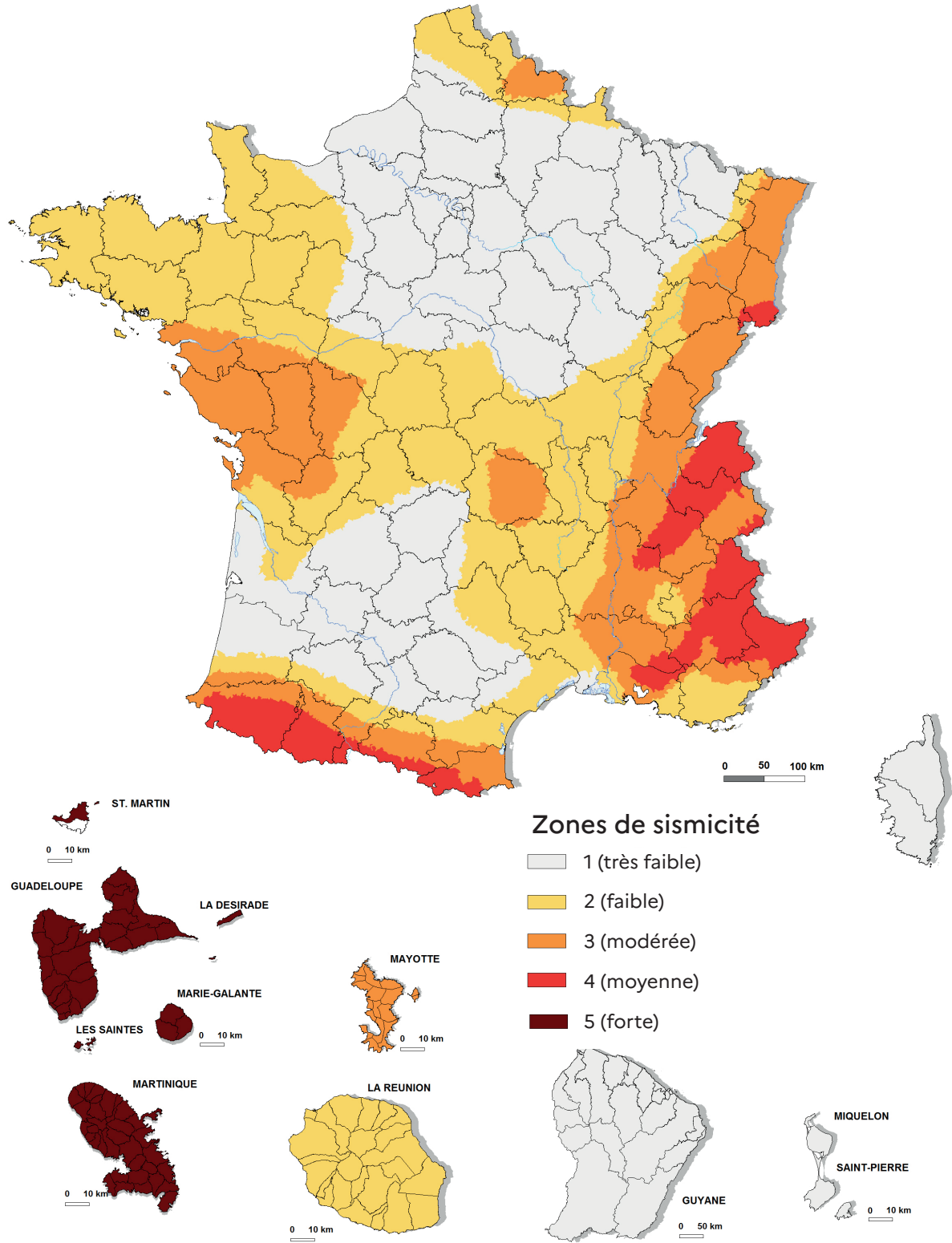
Carte du risque sismique en région Rhône-Alpes



Source : Rapport final, *Dossiers de presse des aléas sismiques pour 6 régions françaises*, BRGM, 2008, p. 105.
© BRGM – RP-56448-FR

DOCUMENT 5

Carte des aléas sismiques en France (zonage en vigueur depuis le 1^{er} mai 2011 ; art. D. 563-8-1 du Code de l'environnement)



Source : Géorisques, www.georisques.gouv.fr/articles-risques/aleea-et-risque-sismique

SÉANCE 4

DOCUMENT 6

Origine des séismes en Ardèche

	A	B	C	D	E	F	G
1	2020-06-16T09:48:44	44.686	4.662	2.1	Montélimar	quarry blast	
2	2020-03-25T10:56:19	44.716	4.646	2.1	Montélimar	earthquake	
3	2020-03-18T10:54:35	44.677	4.658	2.0	Montélimar	quarry blast	
4	2020-02-06T10:57:20	44.734	4.678	2.2	Montélimar	quarry blast	
5	2020-01-29T10:55:35	44.704	4.667	2.1	Montélimar	quarry blast	
6	2020-01-02T17:51:05	44.476	4.71	2.2	Montélimar	earthquake	
7	2019-12-12T13:05:09	44.702	4.658	2.1	Montélimar	quarry blast	
8	2019-12-04T11:03:48	44.712	4.655	2.3	Montélimar	quarry blast	
9	2019-11-27T19:09:18	44.736	4.389	2.3	Aubenas	earthquake	
10	2019-11-23T22:14:55	44.549	4.654	2.2	Montélimar	earthquake	
11	2019-11-13T14:42:40	44.564	4.646	2.2	Montélimar	earthquake	
12	2019-11-11T10:52:45	44.526	4.642	5.2	Montélimar	earthquake	
13	2019-10-30T10:52:14	44.735	4.687	2.1	Montélimar	quarry blast	
14	2019-10-16T08:32:37	44.522	4.649	2.0	Montélimar	quarry blast	
15	2019-10-09T10:44:21	44.659	4.695	2.1	Montélimar	quarry blast	
16	2019-10-08T10:52:05	44.669	4.725	2.3	Montélimar	quarry blast	
17	2019-09-25T08:27:57	44.568	4.656	2.0	Montélimar	quarry blast	
18	2019-07-03T09:48:53	44.701	4.631	2.3	Montélimar	quarry blast	
19	2019-05-29T09:49:54	44.734	4.633	2.4	Montélimar	quarry blast	
20	2019-05-27T13:36:59	44.71	4.631	2.3	Montélimar	quarry blast	
21	2019-05-24T08:50:39	44.542	4.661	2.0	Montélimar	quarry blast	

◀ ▶ Liste de séismes RENASS (+)

Source : base « RENASS », avec date, localisation, magnitude et type.

