[1]CONGRESO MUNDIAL POR EL PENSAMIENTO COMPLEJO
Los desafíos en un mundo globalizado
París, 8 y 9 de diciembre de 2016

Título del trabajo (en idioma original: español, portugués, francés o inglés)

Una reflexión sobre las Matemáticas de la Complejidad y la Complejidad de las Matemáticas

Título del trabajo traducido inglés

A reflection on mathematics of the complexity and the complexity of mathematics

Alfonso Paz Samudio[*]

Eje de la convocatoria

1. El conocimiento del conocimiento (epistemología de la complejidad)

Resumen
En este artículo se aborda la complejidad desde la filosofía y su historia. Históricamente se recuperan la comprensión del mundo como *Chaos* y de la filosofía como espacio democrático en los pensadores griegos antiguos; se resalta la posición de Kant de tratar la complejidad como idea asociada a la segunda antinomia de la razón pura; y los aportes cruciales de Morin y Castoriadis que unificados pueden ofrecer una descripción adecuada de la idea de complejidad. Se evalúan las denominadas matemáticas de la complejidad. Finalmente se justifica la complejidad de las matemáticas contemporáneas desde la descripción unificada de Morin-Castoriadis

Palabras clave
Filosofía; matemáticas;complejidad

Abstract
This article addresses the complexity of from philosophy and its history. Historically the understanding of the world as Chaos and of philosophy as a democratic space in ancient Greek thinkers is recovered; Kant's position of treating complexity as an idea associated with the second antinomy of pure reason is emphasized; And the crucial contributions of Morin and Castoriadis that unified can offer an adequate description of the idea of complexity. The so-called mathematics of complexity are evaluated. Finally, the complexity of contemporary mathematics is justified from the unified description of Morin-Castoriadis

Keywords: Philosophy; Mathematics; Complexity

[1*] Breve CV :Alfonso Paz Samudio: Universidad Santiago de Cali, Cali, Colombia; Doctor en Educación de la Atlantic International University; Magister en Dirección Uiversitaria, UNIANDES; Licenciado en Matemáticas, USC; Investigaciones en Educación Superior, Educación Matemática, Historia y epistemología de las Ciencias; alpasamudio@gmail.com; Cel 3127353687; WhatsApp. +573127353687

1. **Introducción**

En este artículo se busca

_ abordar filosóficamente la idea de complejidad con un enfoque que complementa los aportes de Morin y Castoriadis (Paz, 2011)

_ evaluar los intentos desde las matemáticas por abordar el tema de la complejidad.

_ justificar la complejidad de las matemáticas contemporáneas

Partimos de la distinción de Kant, recuperada por H. Arendt, entre intuición (nociones, apariencia), entendimiento (conceptos, verdad) y razón (ideas, sentido o significado).

Por teoría se entiende "una colección ordenada de ideas o de conceptos o de nociones" (Paz, 2005) , con lo cual se establece, de entrada, una distinción entre *teorías filosóficas, científicas o cuasiempíricas.*

Sin embargo, en la práctica una teoría mezcla ideas con conceptos o nociones y esta hibridación requiere coherencia y consistencia para funcionar. Ejemplo: la teoría del Big Bang de Sthephen Hawking incorpora el postulado metafísico de San Agustín de que el tiempo es una propiedad de la materia.

En este trabajo se valoran los esfuerzos teóricos por construir una teoría general de la complejidad a partir del estudio de los fenómenos no lineales de complejidad creciente que se basan en modelos analógicos de simulación con ayuda del computador (Maldonado, 2007). Sin embargo, parece que quedaría pendiente la posibilidad de examinar y fundamentar filosóficamente la idea de complejidad, asunto en que los aportes desde los griegos han permanecido inexplicablemente al margen.

Por eso, se recuperan la comprensión del mundo como *Chaos(hueco, abertura)* y de la filosofía como espacio democrático en los pensadores griegos antiguos; se resalta la posición de Kant de tratar la complejidad como idea asociada a la segunda antinomia de la razón pura; y los aportes cruciales de Morin y Castoriadis que unificados pueden ofrecer una descripción adecuada de la idea de complejidad. Se evalúan las denominadas matemáticas de la complejidad. Finalmente se justifica la complejidad de las matemáticas contemporáneas desde la descripción unificada de Morin-Castoriadis

2. **Desarrollo**

2.1Una propuesta para fundamentar filosóficamente la idea de complejidad

• Todas las premisas para el nacimiento de la filosofía y la democracia entre los griegos se presentan en un cumulo de visiones y concepciones del mundo que ellos expresaron a .través de su poesía y mitología, especialmente de Homero y Hesíodo. Ellos expresan una comprensión del mundo como incomprensible, como *Chaos (hueco, abertura)*, en creación sobre un fondo de caos, y volviéndose en parte K*osmos (orden)*, que surge de ese abismo abierto a infinitas posibilidades. Este caos abierto permitiría al hombre griego una especial actitud hacia la creación *(poiesis)* artística, intelectual y política.

Anaximandro concibe el *ápeiron(extremo, frontera, linde),* que suele traducirse por ilimitado, infinito o indeterminado, como equivalente del caos hesiódico, es decir, que mantiene la visión griega de lo indeterminado e informe sobre lo cual puede llegar a crearse un orden. El *ápeiron* posibilita la verdadera creación humana, ya que si todo fuera pura determinación no habría espacio para crear.

En Heráclito se constata una dimensión profundamente democrática de la filosofía, ya que afirma que el pensar *(phronein)* es común a todos, lo mismo que el conocerse a sí mismos y el pensar correctamente *(sophronein),* aspectos del *logos xynós,* el logos común a todos los hombres. (Castoriadis,2006)

• Para expresarlo de forma kantiana la idea de complejidad como elemento heurístico que señala una dirección al pensamiento.

Cuando la razón se eleva *especulativamente* (es decir, cuando cae más allá de la experiencia) en sus deducciones, cae en afirmaciones antitéticas (*antinomias de la razón pura*). Estas afirmaciones de tesis y antítesis parecen igualmente aceptables. En la segunda antinomia aparece la pareja simplicidad- complejidad como una de las cuatro antinomias de la razón pura.

Antinomia de la cualidad (de su naturaleza íntima)

Tesis	Antítesis
Todo en el mundo es simple o compuesto de lo simple.	Nada en el mundo es simple o compuesto de lo simple.

Kant afirmaba (Kant, 1984) que las antinomias sirven para despertar a la filosofía de su sueño dogmático y conducirla a la difícil empresa de crítica de la razón.

• La lógica de los magmas de Castoriadis ilumina el concepto de complejidad como se puede comprobar a través de las referencias a Castoriadis y a Morin.(Paz, 2011). La oposición fundamental es ***determinación/indeterminación***. Las entidades de la lógica conjuntista-identitaria pertenecen al mundo de la determinación, aunque tengan características de probabilidad como la lógica borrosa y la teoría cuántica. El magma es una totalidad indeterminada.

Aunque la lógica conjuntista-identitaria (lógica ensídica) no puede agotar todos los aspectos del ser, aparece como dimensión necesaria, ineludible de cualquier trabajo teórico.

La fragmentación propia de lo que es se manifiesta en estratos. (El "En- sí": la naturaleza física; el "Para-sí": lo viviente en general; lo psíquico; el individuo social; la sociedad creada cada vez; la autonomía individual y colectiva). Cada estrato del para-sí requiere una lógica específica de magmas.

La lógica de los magmas permite pensar lo que es, en el ser/ ente total, en la creación. Para Castoriadis la creación implica que las determinaciones que se aplican a lo que es nunca están cerradas de tal manera que prohíban la emergencia de otras determinaciones.

Los fenómenos u objetos son ***complejos*** en la medida en que resaltan su carácter magmático, es decir, cuando no son exhaustiva y sistemáticamente ensidizables, esto es, reducibles a elementos y relaciones que resaltan exclusiva y homogéneamente la lógica conjuntista-identitaria. El objeto efectivo es magmático porque hay historia en el sentido fuerte, temporalidad en la que coexisten consecusión y ruptura, donde hay creación de algo nuevo que no "digiere", ni puede ser integralmente “digerido” por lo ya estaba allí. El ser es magmático, porque es creación y temporalidad.

Aunque las teorías de Morin y Castoriadis no son isomorfas, se complementan en la concepción de la complejidad y el pensamiento.

2.2 Ciencias de la complejidad y matemáticas de la complejidad

Las llamadas ciencias de la complejidad surgen en la segunda mitad del siglo pasado con los llamados fenómenos caóticos que son los procesos de evolución temporal en los que existe una dependencia sensible con respecto a las condiciones iniciales (teoría del caos cuyo precursor fue Henri Poincaré); se refuerzan con la teoría de las catástrofes de René Thom, la geometría fractal y el descubrimiento de los límites de la computabilidad. Pero la primera de las ciencias de la complejidad es la termodinámica del no-equilibrio formulada y desarrollada por Ilya Prigogine (Maldonado, 2011).

Morin hace unas observaciones que muestran su interés por el desarrollo de las llamadas ciencias de la complejidad. Para Morin, las nociones muy útiles de estas ciencias, que formulan modelizaciones y formalizaciones de los procesos complejos, son muy interesantes pero esto constituye la *complejidad restringida* porque se limita a estudiar sistemas complicados, con un gran número de interacciones entre sus partes. El problema de la complejidad restringida es que sigue el viejo paradigma epistemológico. Aunque hable de la emergencia, no expresa la problemática profunda que ella expresa. No conceptualiza las nociones de sistema, emergencia y caos, y, se queda en la lógica clásica de disyunción entre conceptos que aparentemente se oponen. (Paz. 2011)

2.3 La clasificación de las matemáticas por ámbitos

Para poder analizar los desarrollos de las matemáticas actuales, Fernando Zalamea propone los siguientes ámbitos con linderos claramente históricos:

- ***Matemáticas elementales***: desde los antiguos, especialmente los griegos, hasta mediados del siglo XVII.

- ***Matemáticas clásicas***: mediados del siglo XVII a mediados del siglo XIX.

● ***Matemáticas modernas***: mediados del siglo XIX a mediados del siglo XX.

●***Matemáticas contemporáneas***: desde mediados del siglo XX.

Queda claro que la base común de los cuatro ámbitos ha estado en el método axiomático y la heurística. Pero al pasar de un ámbito a otro crecen la abstracción, la generalidad, las exigencias de rigor y la aplicabilidad, y, aparecen nuevos enfoques, es decir, crece la complejidad y los problemas que jalonan la investigación.

Hacia ***1827*** se comienza a detectar la crisis de las matemáticas clásicas[2]: la matemática se encontraba total y absolutamente limitada por estar encadenada al mero desarrollo algorítmico en función de la mecánica celeste y demás ciencias. Ante todo, cambia, la mentalidad en el hacer matemático: frente al hacer matemático, carente de rigor, carente de demostraciones, acrítico, se plantea como divisa central ***hallar la razón*** y se apoya un proceso sorprendente: ***el proceso de inversión, que consiste en partir de lo que parece inalcanzable por los métodos algorítmicos para dar razón de por qué pueden o resolverse.*** Ejemplo clásico el problema de hallar una resolvente para la ecuación de quinto grado, problema resuelto por Abel y Galois.

Matemáticas Modernas:

La inversión como método posibilita la aparición de nuevos haceres matemáticos tales como la geometría pura o sintética, la geometría diferencial, el cálculo de variable compleja, la teoría de números, el álgebra como resolución de ecuaciones y eliminación en su vertiente geométrica, y, la coexistencia con los anteriores haceres que se convierten , a partir de las rupturas, en “clásicos”.

Se acentúan estas rupturas y se radicaliza el proceso de inversión. Continúa la creación de nuevas disciplinas como la Teoría de Conjuntos , la Teoría de Funciones de Variable Real, la teoría de la medida, geometría diferencial cualitativa, espacios métricos, topología, topología combinatoria, geometría algebraica. Pero es este entorno y debido a su propia evolución interna (en el que juega un gran papel la aparición de las geometrías no euclídeas), cuando las

[2] En una carta a D`Alambert, de 21 de Septiembre de 1781, Lagrange sostuvo que muy poco quedaba por hacer en la matemática, disciplina ante el cierre, frente a los desarrollos de la química y la física. Lagrange diagnosticaba en esa carta el agotamiento de la matemática limitada al mero desarrollo algorítmico. (De Lorenzo, 1977:39-40)

Matemáticas recobran su autonomía intelectual y se sacuden de su dependencia de la Física y las otras Ciencias Naturales

La utilización sistemática de la teoría de conjuntos (en la mayoría de los casos en la versión intuitiva) y del método axiomático, bajo la égida de la idea de estructura, condiciona en gran medida el trabajo en cada disciplina matemática. A esto se suma la ideología intrínseca a estos instrumentos y al marco creado por la ruptura: el formalismo y la aritmetización para evitar la intuición sensible, o sea, la geométrica, no admitida sino como mero auxiliar. De estos condicionantes resulta la preponderancia de dos grandes líneas, la topológica y la algebraica, líneas que concentran el esfuerzo de la mayoría de los matemáticos en los primeros años del siglo XX. Esfuerzo que hacia 1939 evidenciaba un cierto agotamiento en ambas líneas[3] . La ruptura se centra ahora no en objeto individual ni el conjunto y sus elementos, sino en considerar la estructura como el objeto del hacer matemático. La metodología Bourbaki es el paradigma de esta ruptura y lleva al surgimiento de nuevas estructuras como el Álgebra topológica y la Topología Algebraica.

Matemáticas contemporáneas

Siendo la metodología la axiomática y el objeto la estructura hay que tener en cuenta una nueva concepción: los elementos de cada conjunto son indeterminados, pero a partir de las estructuras generales van a surgir las demás, al particularizarse, al individualizarse. De manera que tenemos una nueva inversión que crea un nuevo objeto y que permite, desde esta creación, caracterizar las limitaciones del objeto antiguo. La nueva técnica destaca en la noción de estructura las partes y elementos notables, las relaciones notables, las aplicaciones notables así como los sub-objetos, objetos-cociente, objetos-producto y los mecanismos para pasar al cociente por una sub-estructura. Se destaca en esta técnica los morfismos de estructuras.

Independientemente del deseo de unificación propuesto por Bourbaki, se crean otra serie de disciplinas: geometría-topología diferencial, geometría algebraica abstracta, teoría de

[3] Hermann Weyl expresa en 1931 el agotamiento del marco en que había trabajado y después de hacer un balance de su trabajo en topología y álgebra. (De Lorenzo, 1977: 91-92)

categorías, teoría de las distribuciones, desarrollo de la lógica matemática y los problemas computacionales, etc.

En los momentos actuales, las Matemáticas son un sistema abierto y complejo de lenguajes[4] *(y metalenguajes) escritos, no orales, formalizados o informales, caracterizados por su abstracción, generalidad, interacción, diversidad de enfoques teóricos e ideológicos, precisión relativa a un contexto y la posibilidad de ser aplicados a un gran número de disciplinas o situaciones.*

2.4 La complejidad de las matemáticas contemporáneas

En este apartado, se analizará en primer lugar, la noción de complejidad desde el enfoque de Castoriadis (que equivale al de Morin),y, se volverá al análisis de los desarrollos matemáticos de los siglos XX y XXI para justificar la complejidad de las Matemáticas.
Mencionemos tres fuentes complementarias que evidencian la complejidad de las Matemáticas: los 23 problemas de Hilbert que tuvieron una gran influencia en los desarrollos matemáticos hasta nuestros días; los problemas del Milenio planteados por un brillante grupo de expertos matemáticos para el Instituto Clay de Matemáticas que otorga un millón de dólares por la solución de cada problema, y, las Medallas Field que son el equivalente del Nobel en Matemáticas.

Ahora se puede concluir la complejidad creciente de las matemáticas y su enorme crecimiento. Las matemáticas actuales se erigen como un magma de significaciones irreductible a una reconstrucción desde algún subconjunto de sus partes. Esto se debe, en primer término, a que las estructuras originarias que se desarrollaron (algebraicas, topológicas y de orden) se mezclaron, se hibridizaron mediante transferencia, reflexión y pegamiento para crear nuevas estructuras irreductibles a las de origen. En segundo término, a las crecientes interacciones con la Física, la Biología, la computación y demás ciencias y a las demandas de matematización desde estas ciencias. En tercer término, al impacto de la tecnología, en especial el computador, que facilita el empleo de algoritmos y posibilita demostraciones (como en el teorema de los cuatro colores) que no podrían hacerse manualmente. Y, en cuarto término, a

[4] Los lenguajes matemáticos ya no se limitan a ser colecciones de cadenas de símbolos, sino que incorporan esquemas, mapas conceptuales, visualización y hasta artilugios analógicos

las demandas sociales por la aplicación de la ciencia y la tecnología para resolver los ingentes problemas y retos humanos en un mundo de incertidumbre y globalización, lo cual se evidencia en que si a principios del siglo XIX la principal función de un matemático era la enseñanza, hoy puede desempeñarse en 10 aspectos.

3. Conclusiones

• Se concibe la filosofía como momento de reflexión e interrogación incesante, siempre abierta y dispuesta al debate democrático. Por tanto, la filosofía trata con ideas y la aclaración permanente de su significado o sentido.

• Desde ese punto de vista hay necesidad de recuperar la dimensión filosófica en el tema de la complejidad sin demeritar los esfuerzos por construir una teoría general de la complejidad, sino para complementar dichos esfuerzos.

• Para expresarlo de forma kantiana la idea de complejidad no es un principio constitutivo de la experiencia, pero se revela como concepto heurístico que señala una dirección fecunda al pensamiento.

•La lógica de los magmas de de Castoriadis ilumina el concepto de complejidad. El magma es una totalidad indeterminada. La oposición fundamental es ***determinación/indeterminación***. Las entidades de la lógica conjuntista-identitaria pertenecen al mundo de la determinación, aunque tengan características de probabilidad como la lógica borrosa y la teoría cuántica.

Los fenómenos u objetos son ***complejos*** en la medida en que resaltan su carácter magmático, es decir, cuando no son exhaustiva y sistemáticamente ensidizables, esto es, reducibles a elementos y relaciones que resaltan exclusiva y homogéneamente la lógica conjuntista-identitaria. El ser es magmático, porque es creación y temporalidad.

• Las nociones de las ciencias de la complejidad constituyen la *complejidad restringida* porque se limitan a estudiar sistemas complicados, con un gran número de interacciones entre sus partes. El problema de la complejidad restringida es que sigue el viejo paradigma epistemológico. Aunque hable de la emergencia, no expresa la problemática profunda que ella expresa. No conceptualiza las nociones de sistema, emergencia y caos, y, se queda en la lógica clásica de disyunción entre conceptos que aparentemente se oponen.

• *En los momentos actuales, las Matemáticas son un sistema abierto y complejo de lenguajes (y metalenguajes) escritos, no orales, formalizados o informales, caracterizados por su abstracción, generalidad, interacción, diversidad de enfoques teóricos e ideológicos, precisión relativa a un contexto y la posibilidad de ser aplicados a un gran número de disciplinas o situaciones. Estos lenguajes pueden ser decidibles (la teoría de grupos abelianos, la geometría hiperbólica, etc.) o indecidibles (la teoría de conjunto de Zermelo – Fraenkel, la teoría de cuerpos ordenados, etc.). Existe, además, una gran interacción de las Matemáticas con las otras ciencias, de las diferentes ramas de las Matemáticas entre sí y con la ciencia del computador.*

• Las matemáticas actuales se erigen como un magma de significaciones irreductible a una reconstrucción desde algún subconjunto de sus partes. Esto se debe, en primer término, a que las estructuras originarias que se desarrollaron (algebraicas, topológicas y de orden) se mezclaron, se hibridizaron mediante transferencia, reflexión y pegamiento para crear nuevas estructuras irreductibles a las de origen. En segundo término, a las crecientes interacciones con las ciencias. En tercer término, al impacto de la tecnología, en especial el computador, que facilita el empleo de algoritmos y posibilita demostraciones (como en el teorema de los cuatro colores) que no podrían hacerse manualmente. Y, en cuarto término, a las demandas sociales por la aplicación de la ciencia y la tecnología.

4. Bibliografía

Arnold V. et al. (Editores) (2000). *Mathematics: Frontiers and Perspectives*, AMS Arendt, Hanna (2005). *La condición humana*. Barcelona,Paidos

Castoriadis,Cornelius (2002). *Figuras de lo pensable*, México,Fondo de Cultura Económica

_______________________(2005). *Los dominios del hombre.* Barcelona, GEDISA

_______________________(2006).*Lo que hace a Grecia. I. de Homero a Heráclito.*Buenos Aires, Fondo de Cultura Económica

De Lorenzo, Javier (1998). *La matemática: de sus fundamentos y crisis*.Madrid, Tecnos

________________(1977). *La matemática y el problema de su historia*, Madrid, Tecnos

Devlin, Keith. *"The Millenium Problems*", MAA Online, 2003

Hartman, Robert S. (1959). *La estructura del valor*. México Fondo de Cultura Económica,

Kant, M (1979). *Crítica de la Razón Pura.* México D.F., Porrúa

________(1984). *Prolegómenos a toda metafísica futura que pueda presentarse como ciencia.*Buenos Aires, Editorial Charcas

Lautman, Alberto. *Ensayos sobre la dialéctica, estructura y unidad de las matemáticas* modernas(2011), Bogotá, Universidad nacional de Colombia

Maldonado, C.E.(Ed.)(2007).*Complejidad, ciencia, pensamiento y aplicaciones*. Bogotá,Universidad Externado de Colombia

______________(2011). *Termodinámica y complejidad.*Bogotá D.C.,Ediciones desde abajo

Monastyrsky, Michael. *"Some trends in Modern Mathematics and the Field Medal"*, CMS-NOTES- de la SMC, March and April 2001, Volume 33, nos. 2 and 3

Morin,Edgar(1996).*Introducción al pensamiento complejo*. 2ª reimpresión. Barcelona, España: Gedisa,

Paz S., Alfonso. *"Complementariedad de Morin y Castoriadis: una aproximación a algunos aspectos del pensamiento complejo desde la lógica de los magmas de Castoriadis"* en el proyecto de libro La emergencia de los enfoques de la complejidad en América Latina: desafíos, contribuciones y compromisos para abordar los problemas complejos del siglo XXI, editado por la Comunidad de Pensamiento Complejo. Artículo aceptado por el Comité Editorial el 7 de Mayo de 2011, Buenos Aires, Argentina.

_____________________, *Problemas y Perspectivas de la Educación Matemática Universitaria*, USC, Cali, 2005.

Wagensberg, Jorge (2003).*Ideas sobre la complejidad del mundo.* Barcelona, Tusquets,

Zalamea, Fernando (2009), *Filosofía sintética de las matemáticas*, Bogotá, Universidad Nacional de Colombia,